

۱- اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار r+d کدام است؟

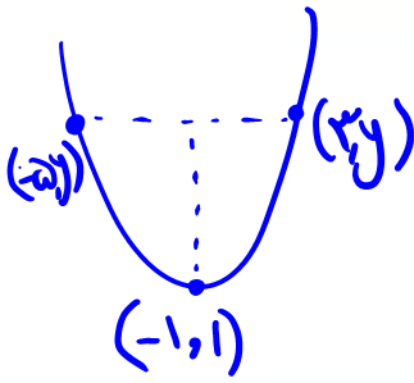
$\frac{1}{2}$  (۴)       $\sqrt{2}$  (۳)       $\frac{1}{2}$  (۲)      صفر (۱)

$a, ar, ar^2 \rightarrow \frac{a}{r}, \frac{ar}{r}, \frac{ar^2}{r} \rightarrow \frac{a}{r}, \frac{a}{r}, \frac{a}{r}$

$ar = \frac{a}{r} + \frac{ar^2}{r} \rightarrow r = 1 + r^2 \rightarrow r^2 - r + 1 = 0 = (r-1)^2 \rightarrow r=1$

۲- نقاط A(۲, y) و B(-۵, y) روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور xها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$  باشد، این سهمی محور yها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$a = -\frac{5}{2}$        $\frac{2}{3}$  (۴)       $\frac{1}{3}$  (۳)       $-\frac{2}{3}$  (۲)       $-\frac{1}{3}$  (۱)



$y = a(x+1)^2 + 1 \rightarrow y = ax^2 + 2ax + a + 1$

$\alpha + \beta = S = -2$   
 $P = \frac{a+1}{a}$

$y = -\frac{5}{2}x^2 + 1$

۵- اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله  $ax^2 - ax - b = 0$  و  $ax^2 + 2\alpha x^2 - 2\alpha\beta = 17$  باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

$\frac{2}{\sqrt{5}}$  (۴)       $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۳)       $\frac{2}{5}$  (۲)       $\frac{1}{5}$  (۱)

۶- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$  کدام است؟

$\frac{2}{25}$  (۴)       $\frac{2}{5}$  (۳)       $\frac{1}{75}$  (۲)      ۱ (۱)

$\frac{5x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2 + x^2} = \frac{170}{9} \rightarrow x^2 - x = t \rightarrow \frac{5t+1}{t^2} = \frac{170}{9} \rightarrow 170t^2 - 11t - 9 = 0$

$170t^2 - 7t - 1 = 0 \rightarrow t^2 - 7t - 170 = 0 \rightarrow (t-18)(t+9) = 0$

$\begin{cases} x^2 - x - \frac{9}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 1 \\ x^2 - x + \frac{9}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 1 \end{cases}$

www.kdarsi.ir

$\frac{2 \times 2 \times 18}{170} \times \frac{9 \times 9 - 5}{170}$   
 $\rightarrow \frac{9}{10} - \frac{9}{10}$

-7 نقطه  $(4, 5, 2)$  رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $4x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  هستند.

$m = \frac{1}{4}$   $m = -\frac{1}{4}$

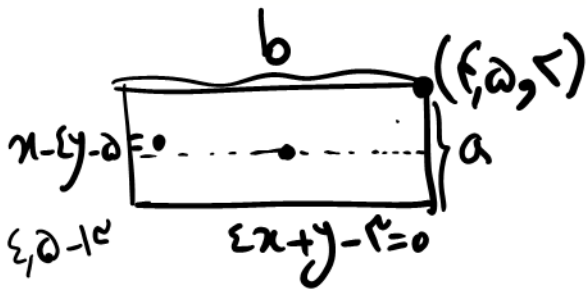
بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

$\sqrt{17}$  (4)

$2\sqrt{17}$  (3)

$\frac{\sqrt{17}}{4}$  (2)

$\frac{\sqrt{17}}{2}$  (1)



$a = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$   
 $b = \frac{10}{\sqrt{17}} = \frac{10\sqrt{17}}{17}$

-8 وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{10x - 1}}$  در دامنه محدود، خط  $y = 12 - x$  را در نقطه‌ای به عرض 10 قطع می‌کند.

$x = 2$

مقدار  $f(m+4)$  کدام است؟

$f(5) = 1$

$f^{-1}(x) = 12 - x \rightarrow f^{-1}(5) = 10 \rightarrow f(10) = 2$

$\sqrt{10m-1} = 9 \rightarrow 2 = \sqrt{10 - 2\sqrt{10m-1}}$   
 $10m = 10 \rightarrow m = 1$

-9 مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت  $\frac{1}{9}$  از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه

$\log_{10} \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$

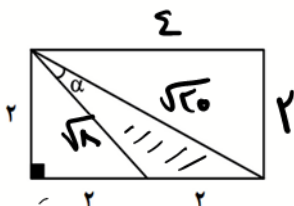
$\log_{10} \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$

$(\log_{10} \frac{10}{12} = \frac{5}{12}, \log_{10} \frac{10}{12} = \frac{5}{12})$

$A_2 = A_1 \left(\frac{9}{10}\right)^t \rightarrow \frac{1}{9} A_1 = A_1 \left(\frac{9}{10}\right)^t \rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{9}{10}\right)^t \rightarrow 9 = \left(\frac{9}{10}\right)^t$   
 $\log_{10} 9 = t (\log_{10} 9 - \log_{10} 10)$

$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} = t \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \rightarrow \frac{19}{81} = t \times \frac{1}{90} \rightarrow t = \frac{19}{81} \times 90 = 20.5$

-10 در شکل زیر، مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟



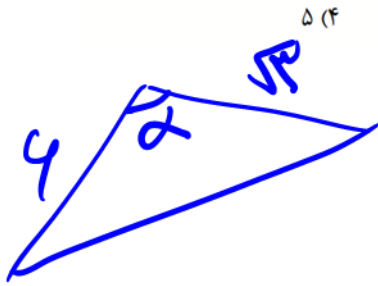
- 1 (1)
- 3 (2)
- 1/3 (3)
- 2 (4)
- 1/2 (5)

$S = 1 - 2 - 2 = 1 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} \sin \alpha$

$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \rightarrow \cot \alpha = 3$

11- مثلث ABC، با اضلاع  $\sqrt{3}$  و 6 و  $\alpha$  (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث  $\frac{4}{5}$  باشد، بیشترین

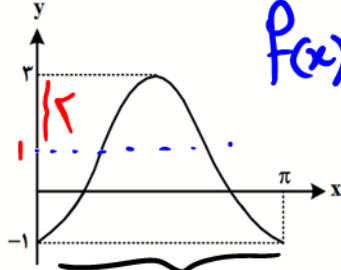
مقدار  $\alpha$  چند برابر کمترین مقدار  $\alpha$  است؟



$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5} \rightarrow \alpha = \underline{\underline{90}}, \underline{\underline{150}}$$

12- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{2\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{2\pi}{4}\right)$  باشد، اختلاف صفرهای تابع  $f$



$$f(x) = a + \frac{b}{2} \sin\left(2cx - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \cos 2cx$$

$$f(x) = 1 - 2 \cos 2cx \quad \left( \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$T = \pi = \frac{2\pi}{2c}$$

$$c = 1$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{3}, 2x = \frac{5\pi}{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\sqrt{3} \cos x - \sqrt{3} \sin x = \frac{1}{\sqrt{e}} \rightarrow \cos x - \sin x = \frac{1}{\sqrt{3e}} = t$$

13- در معادله مثلثاتی  $m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$  اگر  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

$$\cos x - \sin x = t \rightarrow t^2 = 1 - \sin^2 2x \rightarrow mt - 3\sqrt{6}(1 - t^2) = \sqrt{6}$$

$$3\sqrt{6}t^2 + mt - 4\sqrt{6} = 0 \rightarrow 2\sqrt{6} + m\sqrt{\frac{2}{e}} - 4\sqrt{6} = 0$$

$$m\sqrt{\frac{2}{e}} = 2\sqrt{6} \rightarrow \frac{m}{\sqrt{e}} = 2\sqrt{3} \rightarrow m = 6$$

14- تابع  $f$  اکیدا نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است. اگر  $f(-3 + 2m - m^2) < f(m^2 - m - 5) < -c$  باشد،

$m$  دارای چند مقدار صحیح است؟

(1)

صفر (4)

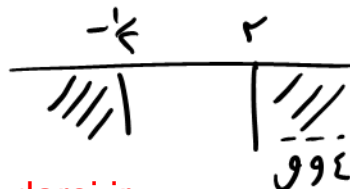
3 (3)

2 (2)

1 (1)

$$m^2 - m - 5 > -3 + 2m - m^2$$

$$(m^2 - 2m - 8) > 0$$



۱۵- تابع هموگرافیک،  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)}$  است، کدام عدد می تواند حاصل

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) = -\frac{b}{a} = \pm 1$   
 (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{b}{a}$  (۴) ۲

$\frac{a/c}{-b/a} = \frac{-b/a}{c/a}$   
 $a = +\frac{b^c}{a}$   
 $a^c = b^c \rightarrow a = \pm b$

$f = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \frac{-dx+b}{cx-a}$   
 $g = \frac{cx+d}{ax+b}$   
 $g^{-1} = \frac{-bx+d}{ax-c}$

۱۶- برای مقدار مشخص  $k$ ، تابع  $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$  در  $x = n$  و  $x = -n$  پیوسته است. کدام مورد

- (۲)  $5 = 1+k \rightarrow k=4$
- (-۲)  $3 = 1+k \rightarrow k=2$

در خصوص  $n$  صحیح است؟  $(k, n \in \mathbb{N})$   
 (۱) زوج (۲) فرد (۳)  $n$  فرد (۴) برای هیچ مقداری از  $n$  پیوسته نیست.

$n \rightarrow n^+ : |x^n - (-n-1)| = |2n+1| = 2n+1$   
 $n^- : |x^n - (-n-1) + k| = 1+k$   
 $(-n)^+ : |x^{-n} - (-n-1)| = |-2n+1| = 2n-1$   
 $(-n)^- : |x^{-n} - (-n-1) + k| = k+1$   
 $k = 2n$

- (۱)  $k = |1+1| = 2$
- (-۱)  $k = |-1| = 1$

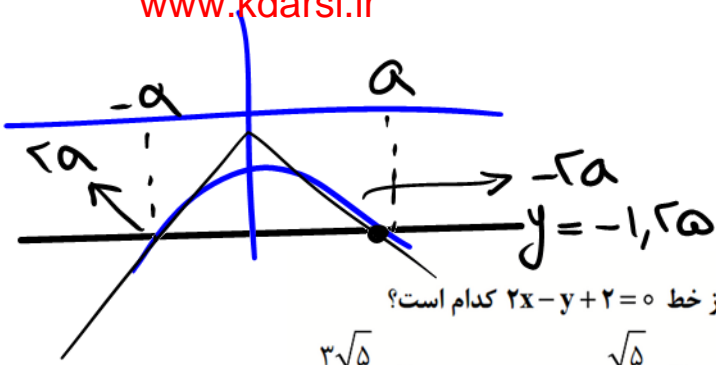
۱۷- اگر  $f(x) = \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)^2$  و  $f(x) = xg(x)+1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  کدام است؟  
 $\frac{1+\sin x}{1-\sin x}$   
 $g(x) = \frac{f(x)-1}{x}$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = f'(0)$   
 $\left(\frac{2 \cos x}{(1+\sin x)^2}\right) \left(\frac{-1+\sin x}{1+\sin x}\right)$   
 $2 \times 2 \times -1 = -4$

۱۸- خط  $d$  موازی محور  $x$ ها، قرینه سهمی  $y = x^2 + 1$  نسبت به محور  $x$ ها را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط  $d$  از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱)  $1/25$  (۲)  $3/25$  (۳)  $5/25$  (۴)  $7/25$

$y = -x^2 - 1 \rightarrow y' = -2x$

$$-\sum a^2 = -1 \rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی  $y = \sqrt{x - [x^2]}$  از خط  $2x - y + 2 = 0$  کدام است؟

$\frac{3\sqrt{5}}{10}$  (۴)

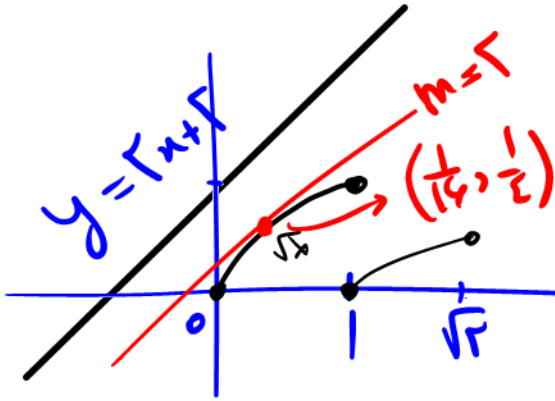
$\frac{\sqrt{5}}{10}$  (۳)

$\frac{3\sqrt{5}}{5}$  (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۱)

$$y' = \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 2}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{1-4}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2\sqrt{5}}$$



۲۱- ۴ وزیر هر کدام با یک معاون به چند طریق می توانند روی ۸ صندلی در دو ردیف روبه روی هم بنشینند به طوری که هر وزیر دقیقاً روبه روی معاونش قرار بگیرد؟

۶۴ (۴)

۴۸ (۳)

۳۲ (۲)

۲۴ (۱)